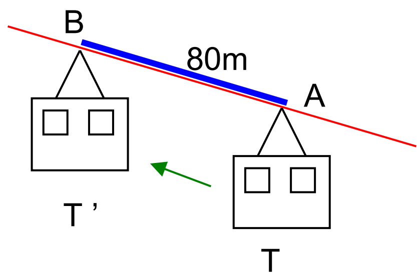
TRANSLATION ET VECTEURS

I. Translation

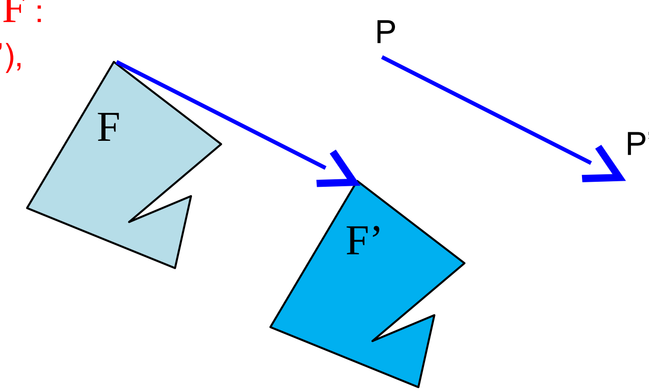
Exemple :



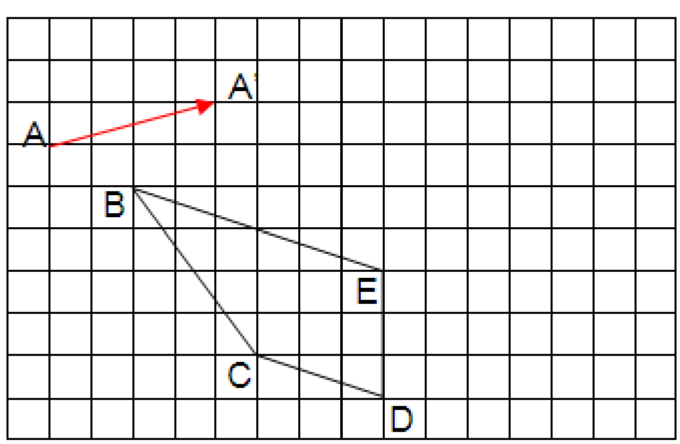
Une translation est un glissement :
- avec une direction donnée :
  câble du téléphérique : la droite (AB),
- avec un sens donné :
  le téléphérique monte de A vers B,
- avec une longueur donnée :
  80m, longueur AB

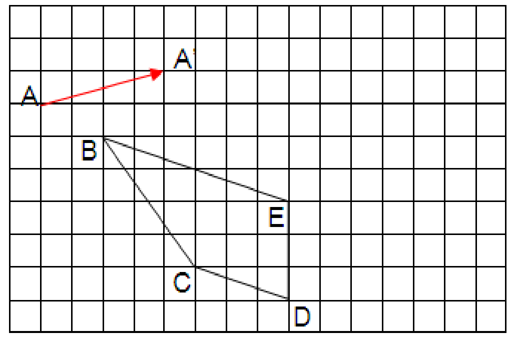
On dit que :
Le téléphérique T’ est l’image du téléphérique T par la translation qui transforme A en B.

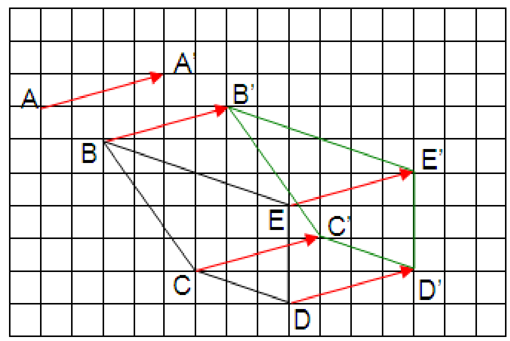
Définition :
Soit P et P’ deux points distincts du plan.
On appelle translation qui transforme P en P’ la transformation dont l’image F’ d’une figure F est obtenue en faisant glisser la figure F :
- selon la direction de la droite (PP’),
- dans le sens de P vers P’,
- d’une longueur égale à PP’.



Exemple : Construire la figure image de BCDE par la translation qui transforme A en A'.



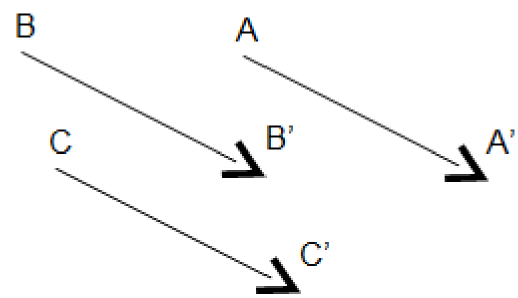

A
A'
B
E
C
D


A
A'
B'
B
E'
E
C'
C
D'
D

II. Vecteurs

1. Définition :

Définition :
Soit t la translation qui envoie A sur A', B sur B' et C sur C'.
Les couples de points (A ; A'), (B ; B') et (C ; C') définissent un vecteur caractérisé par :
- une direction : celle de la droite (AA'),
- un sens : de A vers A',
- une longueur : la longueur AA'.



On note $\vec{u}$ ce vecteur et on écrit : $\vec{u} = \overrightarrow{AA'}$.

On dit que $\overrightarrow{AA'}$ est un représentant de $\vec{u}$.
$\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ sont également des *représentants* de $\vec{u}$.

Remarque :

La longueur d'un vecteur est aussi appelée la norme du vecteur.

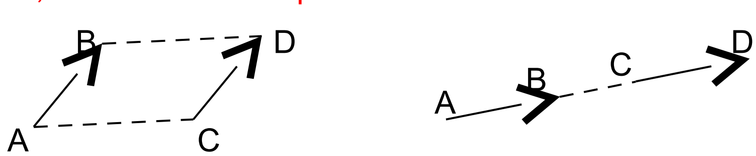
2. Égalité de vecteurs

Définition :
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Exemple :
Ci-contre, on peut poser : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants du vecteur $\vec{u}$.

Propriété du parallélogramme :
Soit A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.
Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme, éventuellement aplati.



Méthode :

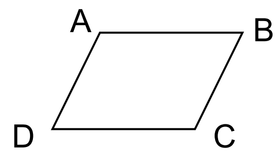
A partir du parallélogramme *ABCD*, construire les points *E*, *F*, *G* et *H* tels que :

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$

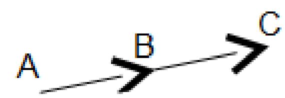
$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BC}$



Ex 1,2,3 p 131
87,89, 91p146

Propriété du milieu :
Dire que B est le milieu du segment [AC] revient à dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux.



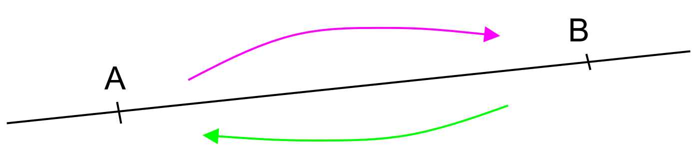
3. Vecteur nul

Définition :
Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est nul lorsque les points A et B sont confondus. On le note : $\vec{0}$

Remarque :
Pour tout point M, on a : $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$.

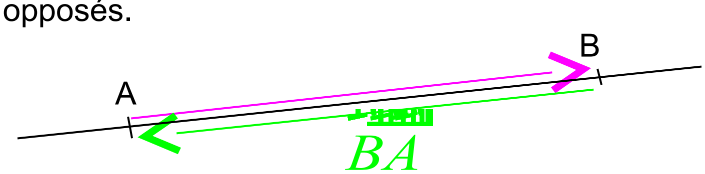
4. Vecteurs opposés

Il ne faut pas confondre sens et direction !
Une droite définit une direction, ci-dessous la direction de la droite (AB).
Cependant une direction possède deux sens, ici de « A vers B » ou de « B vers A ».



Définition :
Deux vecteurs sont opposés lorsqu'ils ont la même direction, la même longueur et qu'ils sont de sens contraire.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont des vecteurs opposés.
On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$



III. Somme de vecteurs

Propriété :

La composée (ou l'enchaînement) de deux translations est une translation.

Définition :

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs quelconques.

On appelle somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u}+\vec{v}$, le vecteur $\vec{w}$ associé à la translation composée des translations de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Propriétés :

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, on a :

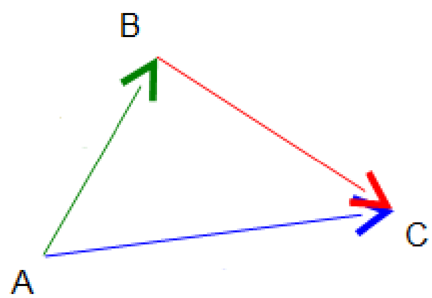
1) $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$

2) $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$

3) $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$.

La relation de Chasles :

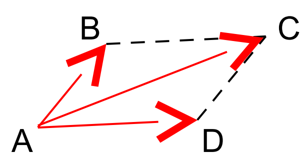
Pour tous points *A*, *B* et *C* du plan, on a : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.



Michel Chasles (Fr, 1793-1880) :
La relation n'est pas de lui, mais nommée ainsi en hommage à ses travaux sur les vecteurs.

Propriété caractéristique du parallélogramme :

Dire que ABCD est un parallélogramme revient à dire que $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,



Définition : Différence de deux vecteurs

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan

On appelle différence du vecteur $\vec{u}$ avec le vecteur $\vec{v}$, le vecteur noté $\vec{u}-\vec{v}$, tel que :

$\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+(-\vec{v})$

Exemple:

Exercice 4,5,6,7 p 133
Ex 47,49 p 143
Ex 52,53,54,55 p 143
95,96,97,98,99,102 p 147

IV. Produit d'un vecteur par un réel

Définition :

Remarque :

Si $\vec{u}=\vec{0}$ k = 0 alors $k\vec{u}=\vec{0}$.

Exemples :

Définition : Colinéarité

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires signifie qu'ils ont même direction c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u}=k\vec{v}$.

Remarque : Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

Exemple :

Propriétés :

1) A, B, C et D étant quatre points deux à deux distincts du plan.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2) Les points distincts A, B et C sont alignés ssi les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.