Forme exponentielle des nombres complexes $T^{\text{ale}}S$

Propriété : *On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$\forall\theta \in \mathbb{R}, f(\theta) = \cos\theta + i\sin\theta$.*
Alors, pour tout θ et $\theta' \in \mathbb{R}$, $f(\theta) \times f(\theta') = f(\theta+\theta')$ et $f'(\theta) = if(\theta)$

Démonstration : soit θ et θ' $\in \mathbb{R}$,
1) $f(\theta) \times f(\theta') = (\cos\theta + i\sin\theta) \times (\cos\theta' + i\sin\theta') = ...$

2) f est dérivable sur $\mathbb{R}$, comme somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, et pour tout $\theta \in \mathbb{R}$,
$f'(\theta) = -\sin(\theta) + i\cos\theta = i(i\sin\theta + \cos\theta) = if(\theta)$.

La fonction f se comportant comme la fonction exponentielle, on décide de la noter $f(\theta) = e^{i\theta}$.

Définition : $\boxed{\textit{Pour tout } \theta \in \mathbb{R},\ e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta.}$

Ainsi $\forall z \in \mathbb{C}$, $z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$.
Cette forme est appelée *forme exponentielle* de z et on a : $|z| = r$ et $\arg(z) \equiv \theta[2\pi]$.

Ex 1,2,3 de la fiche ★

Exemples : $z_1 = e^{-\pi} = ...$

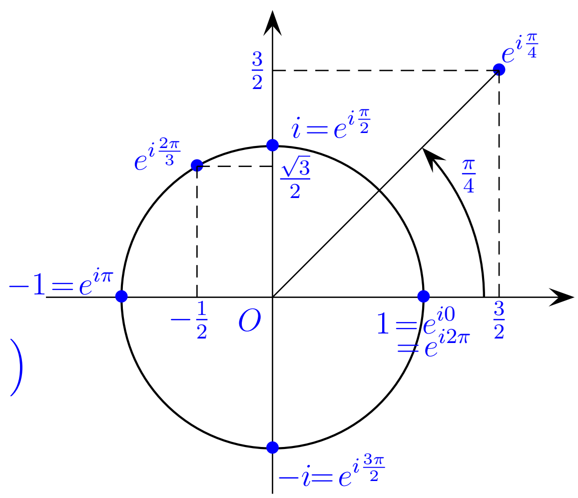
$z_2 = e^{-i\frac{\pi}{4}} = ...$

$z_3 = e^{i0} = e^{i2\pi} = ...$

$z_4 = e^{i\pi} = ...$

$z_5 = e^{i\frac{3\pi}{2}} = ...$

$$z_6 = \frac{-3}{2} + \frac{3}{2}i = \frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$



Propriété : *: $\forall\theta \in \mathbb{R}$, $|e^{i\theta}| = 1$ et $arg(e^{i\theta}) = \theta$.*

Propriété : *Pour tous réels θ et θ', et tout entier naturel n,*

- $e^{i\theta}e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$; $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$; $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$
- $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$ *(Formule de Moivre), c'est-à-dire,* $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos(n\theta) + i\sin(n\theta)$
- $e^{i\theta} = e^{i\theta'} \iff \theta = \theta'\ [2\pi]$

Ex 3 à 10 de la fiche

I - Exercices

Exercice 1 : Placer dans le plan complexe et écrire sous formes trigonométrique et algébrique les nombres complexes :

- $3e^{-i\frac{\pi}{2}}$ • $\sqrt{2}e^{3i\frac{\pi}{4}}$ • $6e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ • $5e^{i\frac{5\pi}{3}}$ • $2e^{i\frac{\pi}{4}}\,e^{-i\frac{3\pi}{2}}$ • $\dfrac{3e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{2\pi}{3}}}$

Exercice 2 : Ecrire sous formes trigonométrique et exponentielle les nombres complexes :

- 5 • $4+4i$ • $\dfrac{3}{2}i$ • $\dfrac{2}{1-i}$ • $\sqrt{3}-i$ • $\left(\sqrt{3}-i\right)^2$ • $\left(\sqrt{3}-i\right)^3$

Exercice 3 : Déterminer le module ainsi qu'un argument de $z=1+e^{i\theta}$
a) pour $\theta\in]0;\pi[$ et b) pour $\theta\in]\pi;2\pi[$

Exercice 4 : On donne $z_1=e^{i\frac{\pi}{6}}$, $z_2=3e^{-i\frac{\pi}{3}}$, et $z_3=\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

Déterminer la forme exponentielle puis algébrique des complexes : $z_1z_2z_3$, $\dfrac{z_1}{z_2z_3}$, z_3^6.

Exercice 5 : Simplifier l'expression, où $\theta\in\mathbb{R}$, $\left(\dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2$.

Exercice 6 : Ecrire le nombre complexe $(\sqrt{3}-i)^{10}$ sous forme algébrique.

Exercice 7 : Calculer le module et un argument des complexes suivants, puis les écrire sous formes trigonométrique et exponentielle :

$$z_1=\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2(1+i)} \qquad\qquad z_2=\frac{5(-1+i)}{\sqrt{3}+i}$$

Exercice 8 : Déterminer l'ensemble des nombres complexes z tels que :

- $\arg(z)=\dfrac{\pi}{6}$ • $|z-3|=|z+2i|$ • $|z+1-2i|<\sqrt{5}$ • $\left|\overline{z}+\dfrac{i}{2}\right|=4$
- $\arg(z+i)=\pi$ • $\arg\left(\dfrac{1}{iz}\right)=\pi$ • $\arg\left(\dfrac{z+1}{z-2i}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

Exercice 9 : *Les PARTIES A et B peuvent être traitées de manière indépendante.*
Partie A

On considère l'équation suivante :

$$(E):\quad z^3+2\left(\sqrt{2}-1\right)z^2+4\left(1-\sqrt{2}\right)z-8=0,$$

ayant pour inconnue le nombre complexe z.

1. Démontrer que, pour tout nombre complexe z,

$$(z-2)\left(z^2+2\sqrt{2}z+4\right)=z^3+2\left(\sqrt{2}-1\right)z^2+4\left(1-\sqrt{2}\right)z-8.$$

2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) en donnant ses solutions sous forme algébrique.
3. Écrire toutes les solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.

Partie B

Dans cette partie, on cherche à déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B du plan complexe d'affixes respectives $z_A = 2$ et $z_B = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$ et I le milieu du segment [AB] d'affixe z_I.

1. Démontrer que le triangle OAB est un triangle isocèle.
2. Démontrer qu'une mesure de l'angle $(\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OI})$ est $\frac{3\pi}{8}$.
3. Déterminer la forme algébrique de l'affixe z_I puis le module de z_I.
4. En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{3\pi}{8})$ et $\sin(\frac{3\pi}{8})$.

Exercice 10 : Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. Dans ce qui suit, z désigne un nombre complexe. Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer sur la copie si elle est vraie ou si elle est fausse. Justifier. Toute réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

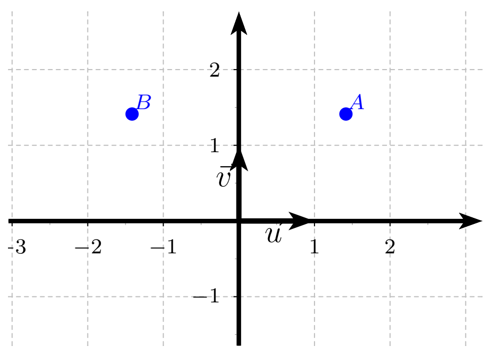
Affirmation 1 : L'équation $z - i = i(z+1)$ a pour solution $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

Affirmation 2 : Pour tout réel $x \in \left]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[$, le nombre complexe $1 + e^{2ix}$ admet pour forme exponentielle $2\cos x e^{-ix}$.

Affirmation 3 : Un point M d'affixe z tel que $\left|z-i\right| = \left|z+1\right|$ appartient à la droite d'équation $y = -x$.

Affirmation 4 : L'équation $z^5 + z - i + 1 = 0$ admet une solution réelle.

Exercice 11 : Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_B = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$



1. Montrer que OAB est un triangle rectangle isocèle.
2. On considère l'équation (E) : $z^2 - \sqrt{6}\,z + 2 = 0$.
   Montrer qu'une des solutions de (E) est l'affixe d'un point situé sur le cercle circonscrit au triangle OAB.

Correction exercice 9

PARTIE A

On considère l'équation (E) suivante : $z^3+2\left(\sqrt{2}-1\right)z^2+4\left(1-\sqrt{2}\right)z-8=0$, ayant pour inconnue le nombre complexe z.

1. $$\begin{aligned}(z-2)\left(z^2+2\sqrt{2}z+4\right) &= z^3+2\sqrt{2}z^2+4z-2z^2-4\sqrt{2}z-8\\ &= z^3+\left(2\sqrt{2}-2\right)z^2+\left(4-4\sqrt{2}\right)z-8\\ &= z^3+2\left(\sqrt{2}-1\right)z^2+4\left(1-\sqrt{2}\right)z-8\end{aligned}$$

2. On résout dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
   $(E) \iff (z-2)\left(z^2+2\sqrt{2}z+4\right)=0 \iff z-2=0$ ou $z^2+2\sqrt{2}z+4=0$
   - L'équation $z-2=0$ a pour solution $z_1=2$.
   - On résout l'équation (E') : $z^2+2\sqrt{2}z+4=0$.
     $\Delta=\left(2\sqrt{2}\right)^2-4\times1\times4=8-16=-8=-\left(2\sqrt{2}\right)^2$
     Donc l'équation (E') admet deux solutions complexes conjuguées
     $z_2=\dfrac{-b+\sqrt{-\Delta}}{2a}=\dfrac{-2\sqrt{2}+\ \times 2\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{2}$ et $z_3=\overline{z_2}=-\sqrt{2}-\sqrt{2}$.

   L'ensemble des solutions de (E) est donc : $\left\{z_1=2\ ;\ z_2=-\sqrt{2}+\sqrt{2}\ ;\ z_3=-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right\}$.

3. On écrit toutes les solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.
   - $z_1=2=2e^0$
   - $z_2=-\sqrt{2}+\sqrt{2}$
     - $|z_2|=\sqrt{\left(-\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{4}=2$
     - $z_2=2\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=2\left(\cos\dfrac{3\pi}{4}+\sin\dfrac{3\pi}{4}\right)$

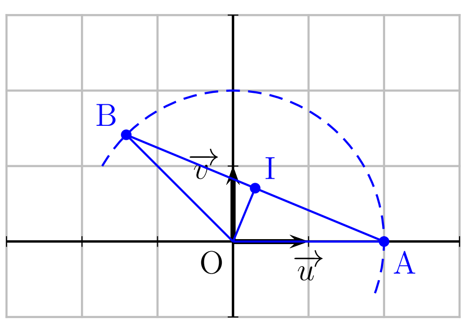
     Donc $z_2=2e^{\frac{3\pi}{4}}$
   - $z_3=\overline{z_2}=2e^{-\frac{3\pi}{4}}$

PARTIE B

Dans cette partie, on cherche à déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$.

On considère les points A et B du plan complexe d'affixes respectives $z_{\text{A}}=2$ et $z_{\text{B}}=2e^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ et I le milieu du segment [AB] d'affixe z_{I}.



1. $\text{OA}=|z_{\text{A}}|=2$ et $\text{OB}=|z_{\text{B}}|=\left|2e^{\frac{3\pi}{4}}\right|=2$
   Donc OA = OB et donc le triangle OAB est isocèle de sommet principal O.

2. - Le point I est le milieu de [AB] donc (OI) est une médiane du triangle OAB. Comme ce triangle est isocèle en O, cette médiane est aussi bissectrice.

   Donc, à 2π près, $\left(\vec{OA}\ ,\ \vec{OI}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\vec{OA}\ ,\ \vec{OB}\right)$.

   Mais $z_{\text{A}} = 2$ donc $\vec{OA} = 2\vec{u}$.

   On peut donc dire que $\left(\vec{u}\ ,\ \vec{OI}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\vec{u}\ ,\ \vec{OB}\right)$.

   - $z_{\text{B}} = 2e^{\frac{3\pi}{4}}$ donc $\dfrac{3\pi}{4}$ est un argument de z_{B}, donc à 2π près, $\left(\vec{u}\ ,\ \vec{OB}\right) = \dfrac{3\pi}{4}$.

   On en déduit donc qu'une mesure de l'angle $\left(\vec{u}\ ,\ \vec{OI}\right)$ est $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\pi}{4}$ soit $\dfrac{3\pi}{8}$.

3. D'après la partie A, on sait que $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2e^{\frac{3\pi}{4}}$ donc $z_{\text{B}} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}$.

   Le point I est le milieu de [AB], donc $z_{\text{I}} = \dfrac{z_{\text{A}} + z_{\text{B}}}{2} = \dfrac{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \dfrac{2 - \sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   $$|z_{\text{I}}| = \sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4 - 4\sqrt{2} + 2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{8 - 4\sqrt{2}}{4}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

4. D'après les questions précédentes, le nombre z_{I} a pour argument $\dfrac{3\pi}{8}$ et pour module $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ donc $z_{\text{I}} = \sqrt{2-\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{3\pi}{8} + \sin\dfrac{3\pi}{8}\right)$.

   En utilisant les formes algébrique et trigonométrique de z_{I}, on a donc :

   $\sqrt{2-\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{3\pi}{8} + \sin\dfrac{3\pi}{8}\right) = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   On en déduit que $\cos\dfrac{3\pi}{8} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2-\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et que $\sin\dfrac{3\pi}{8} = \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

Correction exercice 10

Affirmation 1 : FAUSSE

$$\begin{aligned} z - i = i(z+1) \quad &\Leftrightarrow \quad z - iz = 2i \Leftrightarrow \quad z = \tfrac{2i}{1-i} \Leftrightarrow \quad z = \tfrac{2i(1+i)}{1-i^2} \\ &\Leftrightarrow \quad z = -1 + i \\ &\Leftrightarrow \quad z = \sqrt{2}\left(-\tfrac{\sqrt{2}}{2} + i\tfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow \quad z = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}} \neq \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$

Affirmation 2 : FAUSSE

$$\begin{aligned} 1 + e^{2ix} &= 1 + \Big(\cos(2x) + i\sin(2x)\Big) \\ &= 1 + (2\cos^2(x) - 1 + 2i\sin(x)\cos(x)) \\ &= 2\cos(x)\left(\cos(x) + i\sin(x)\right) \\ &= 2\cos(x)e^{ix} \neq 2\cos(x)e^{-ix} \end{aligned}$$

Affirmation 3 : VRAIE

Soit $A(i)$ et $B(-1)$ alors $\left|z - i\right| = \left|z + 1\right| \ \Leftrightarrow\ AM = BM$ M est donc sur la médiatrice de $[AB]$ or cette médiatrice est d'équation $y = -x$

Affirmation 4 : FAUSSE

$z^5 + z - i + 1 = 0 \ \Leftrightarrow\ z^5 + z + 1 = i$ Si $z \in \mathbb{R}$, $(z^5 + z + 1) \in \mathbb{R}$ Alors $z^5 + z + 1 \neq i$

Correction Exercice 11

1.

   Méthode 1

   - On a $\text{OA} = |z_{\text{A}}| = 2$; de même

- $\mathrm{OB} = |z_{\mathrm{B}}| = 2$. $\mathrm{OA} = \mathrm{OB}$: le triangle est isocèle en O.
- On a $\widehat{\mathrm{AOB}} = \arg z_{\mathrm{B}} - \arg z_{\mathrm{A}} = \dfrac{3\pi}{4} - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}$: le triangle est rectangle en O.

Conclusion : le triangle OAB est rectangle isocèle en O.

Méthode 2

- On a $\mathrm{OA} = |z_{\mathrm{A}}| = 2$;
- $\mathrm{OB} = |z_{\mathrm{B}}| = 2$; on a donc $\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = 2$: le triangle OAB est isocèle en O ;
- $\mathrm{AB} = |z_{\mathrm{B}} - z_{\mathrm{A}}| = \left|2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} - 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right| = \left|2\left(\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} - \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right)\right| = 2\left|\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} - \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right| =$
  $2\left|\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\left(\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} - 1\right)\right|$.
  Or $\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} = \mathrm{i}$, donc puisque $\left|\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right| = 1$:
  $\mathrm{OA} = 2|\mathrm{i} - 1| = 2\sqrt{1^2 + 1^2} = 2\sqrt{2}$. On a donc :
  $\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 = 2^2 + 2^2 = 8$ et
  $\mathrm{AB}^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 2^2 \times 2 = 8$.
  Donc $\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 = \mathrm{AB}^2 = 8$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle OAB est rectangle en O.

Méthode 3

On a $z_{\mathrm{B}} = 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} = 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\left(\frac{2\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)} = 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} \times \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$.

Donc $z_{\mathrm{B}} = \mathrm{i}z_{\mathrm{A}}$; en exploitant cette égalité en termes de modules et d'arguments :

- $|z_{\mathrm{B}}| = |\mathrm{i}z_{\mathrm{A}}| = |\mathrm{i} \times |z_{\mathrm{A}}|$, donc $|z_{\mathrm{B}}| = |z_{\mathrm{A}}|$, soit $\mathrm{OB} = \mathrm{OA}$;
- $\arg z_{\mathrm{B}} = \arg \mathrm{i} + \arg z_{\mathrm{A}}$, soit $\arg z_{\mathrm{B}} = \dfrac{\pi}{2} + \arg z_{\mathrm{A}}$, ce qui signifie que
  $\left(\vec{\mathrm{OA}}\ ;\ \vec{\mathrm{OB}}\right) = \dfrac{\pi}{2}$. Le triangle OAB est rectangle en O.

2. D'après la question précédente le triangle AOB est inscrit dans le cercle centré au milieu de [AB], soit en C d'affixe $\dfrac{z_{\mathrm{A}} + z_{\mathrm{B}}}{2} = \dfrac{2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} + 2\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}}{2} = \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} + \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$.

   On sait que $\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} = \cos\frac{\pi}{4} + \mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et

   $\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} = \cos\frac{3\pi}{4} + \mathrm{i}\sin\frac{3\pi}{4} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, donc

   $z_{\mathrm{C}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \mathrm{i}\sqrt{2}$.

   Rem. On pouvait aussi calculer :

   $\mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} + \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}} = \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\left(1 + \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}\right) = \mathrm{e}^{\,\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}(1 + \mathrm{i}) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(1 + \mathrm{i}) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \mathrm{i}\sqrt{2}$.

   On a donc $\mathrm{CO} = |\mathrm{CO}| = \sqrt{2}$.

   Le cercle circonscrit au triangle OAB et donc centré en C et a pour rayon $\sqrt{2}$.

   Équation (E) : on a $\Delta = 6 - 8 = -2 = \left(\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2$.

   Cette équation a donc deux solutions complexes conjuguées z_1 et z_2 affixes des points M_1 et M_2 :

   - $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} - \mathrm{i}\sqrt{2}}{2}$.

   Le carré de la distance du point M_1 d'affixe z_1 au point C est :

   $|z_1 - z_{\mathrm{C}}|^2 = \left|\dfrac{\sqrt{6} - \mathrm{i}\sqrt{2}}{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}\right|^2 = \left|\dfrac{\sqrt{6} - \mathrm{i}3\sqrt{2}}{2}\right|^2 = \dfrac{6}{4} + \left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{2} = 6$. Donc $\mathrm{C}M_1 = \sqrt{6} \neq \sqrt{2}$.

On pouvait éviter le calcul en remarquant qu'un point de partie imaginaire négative ne peut appartenir au cercle.

- $z_2 = \dfrac{\sqrt{6}+\mathrm{i}\sqrt{2}}{2}$.

Le carré de la distance du point M_2 d'affixe z_2 au point C est :

$|z_2 - z_{\mathrm{C}}|^2 = \left|\dfrac{\sqrt{6}+\mathrm{i}\sqrt{2}}{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}\right|^2 = \left|\dfrac{\sqrt{6}-\mathrm{i}\sqrt{2}}{2}\right|^2 = \dfrac{6}{4} + \dfrac{2}{4} = \dfrac{8}{4} = 2$. Don $\mathrm{C}M_2 = \sqrt{2}$, donc le point M_2 appartient au cercle circonscrit au triangle AOB