EXERCICE 1 **5 points**

Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs. Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique. Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.
On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
On note :

- L : l'événement " le chocolat choisi est au lait " ;
- N : l'événement " le chocolat choisi est noir " ;
- B : l'événement " le chocolat choisi est blanc " ;
- A : l'événement " le chocolat choisi est garni de praliné " ;
- $\overline{\text{A}}$: l'événement " le chocolat choisi est garni de caramel ".

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.
3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.
4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné.
   Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à $0,7$.
5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.
   a. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.
   b. En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.
6. On dispose de deux boîtes de chocolats identiques à celle décrite précédemment. Une personne prend au hasard un chocolat dans la première boîte, puis un chocolat dans la deuxième boîte (les tirages sont indépendants).
   Déterminer la probabilité de l'événement : " l'un des chocolats choisi est garni de praliné et l'autre est garni de caramel ".

EXERCICE 2 **4 points**

Soit g une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $]-\infty\ ;\ -5[\ \cup\ ]-5\ ;\ +\infty[$.
On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de g dans un repère donné du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variations de g :

Valeurs de x	$-\infty$		-5		-1		4		$+\infty$
Variations de g			$+\infty$ ‖				5		
		↗	‖	↗	0	↗		↘	
	$-\infty$		‖ $-\infty$						1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, indiquer sur votre copie :
VRAI ou FAUX ou LES INFORMATIONS DONNEES NE PERMETTENT PAS DE REPONDRE.
Aucune justification n'est demandée,
Une bonne réponse rapporte $0,5$ *point. Une mauvaise réponse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0

1. Pour tout réel $x \in]-1\ ;\ +\infty[,\ g(x) \leqslant 5$.
2. Pour tout réel $x \in]-5\ ;\ 4],\ g'(x) \geqslant 0$ (g' désigne la fonction dérivée de g).
3. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
4. La courbe $(\mathscr{C})$ admet une droite asymptote en $-\infty$.
5. On appelle f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{g(x)}$:
   a. $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$;
   b. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4\ ;\ +\infty[$;
   c. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$;
   d. Pour tout réel $x \in]-1\ ;\ +\infty[,\ f(x) < 1$.

EXERCICE3 **5 points**

Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation pour les années 1990 à 1997.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	103,2	105,7	107,9	109,7	111,6	113,8	115,2

Source Insee

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal (2 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente un point d'indice en ordonnée ; faire débuter la graduation à 100 sur l'axe des ordonnées).
   Calculer les coordonnées du point moyen et placer ce point.
2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine D par la méthode de moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} près). Représenter la droite D dans le repère précédent.
3. On envisage l'ajustement du nuage par une branche de parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, et l 'on cherche les trois nombres $a,\ b$ et c. Pour cela on pose $z_i = \sqrt{1198 - 10y_i}$.
   Une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés est alors : $z = -x+14$.
   a. Vérifier que $y = -0,1x^2 + 2,8x + 100,2$.
   b. Dans le repère précédent, et sans étudier la fonction correspondante, tracer la branche de parabole d'équation $y = -0,1x^2 + 2,8x + 100,2$ pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;7]$.
   c. En choisissant ce dernier ajustement, quelle prévision de l'indice des prix à la consommation pouvait-on faire fin 1997 pour 1998 ?
   d. On sait aujourd'hui que l'indice des prix à la consommation en 1998 était de 116. Calculer le pourcentage de l'erreur commise en utilisant la prévision trouvée en **3. c.**.

EXERCICE 4 **6 points**

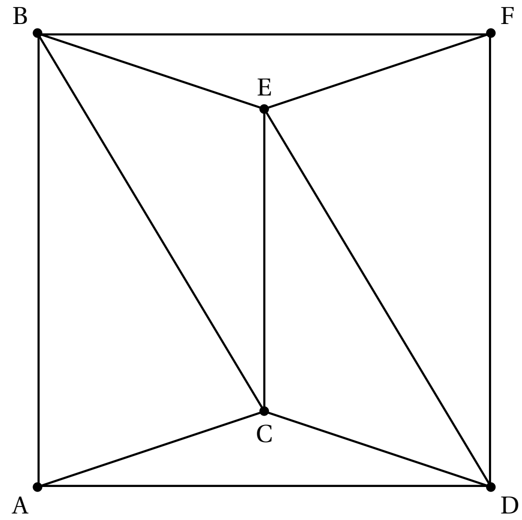
Soit f la fonction définie sur $]4\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{8}{x-4}$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan.

1. Etudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition. Interpréter graphiquement.
2. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -2x + 1$ est asymptote à Γ en $+\infty$.
3. Etudier la position relative de Δ et Γ.
4. Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4\ ;\ +\infty[$. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$.
5. En déduire les variations de f sur $]4\ ;\ +\infty[$.
6. Dresser le tableau de variations complet de f.
7. Γ admet-elle une tangente de coefficient directeur égal à 2 ? Si oui, donner son équation réduite et la tracer.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère le graphe G suivant :



1. Le graphe G est-il connexe ? Expliquer la réponse.
2. Le graphe G admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe G. Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
4. Déterminer un encadrement du nombre chromatique du graphe G. Justifier la réponse.
5. Déterminer alors ce nombre chromatique, en explicitant clairement la démarche.
6. Déterminer la matrice M associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).
7. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 10 & 6 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 8 & 11 & 8 & 11 & 11 & 6 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 11 & 11 & 8 & 8 \\ 5 & 10 & 6 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

   Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet A et aboutissant au sommet F. Citer alors toutes ces chaînes.

EXERCICE 4 **6 points**

Soit f la fonction définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{8}{x-4}$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan.

1. Etudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition. Interpréter graphiquement.
2. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = -2x + 1$ est asymptote à Γ en $+\infty$.
3. Etudier la position relative de Δ et Γ.
4. Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4\,;\,+\infty[$. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$.
5. En déduire les variations de f sur $]4\,;\,+\infty[$.
6. Dresser le tableau de variations complet de f.
7. Γ admet-elle une tangente de coefficient directeur égal à 2 ? Si oui, donner son équation réduite et la tracer.