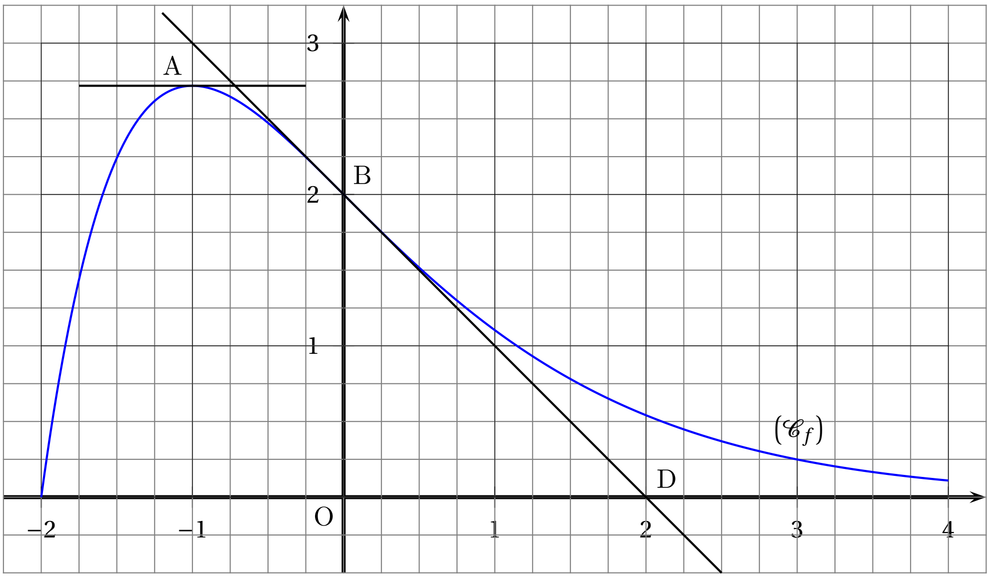
Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthormal d'unité graphique 2 cm.
On note e le nombre réel tel que $\ln \mathrm{e} = 1$. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par les points B$(0\,;\,2)$ et A$(-1\ ;\ \mathrm{e})$.
Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par le point D$(2 : 0)$.



1. En utilisant les données graphiques, donner sans justifier :

a. le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.

b. la valeur de $f'(-1)$.

c. le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.

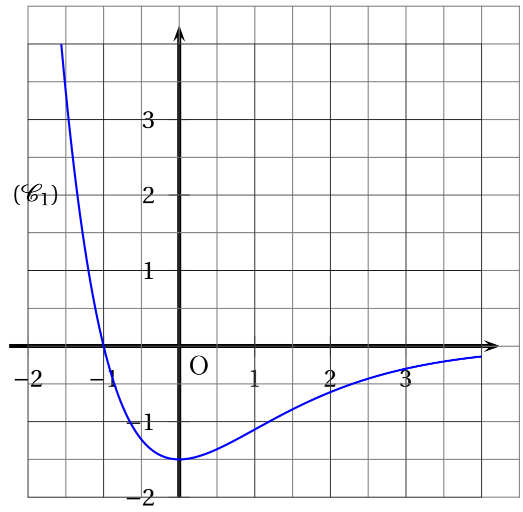
2. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fruxtueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

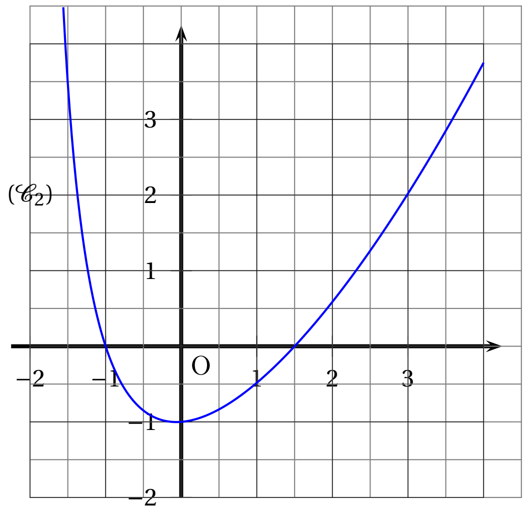
Donner en justifiant :

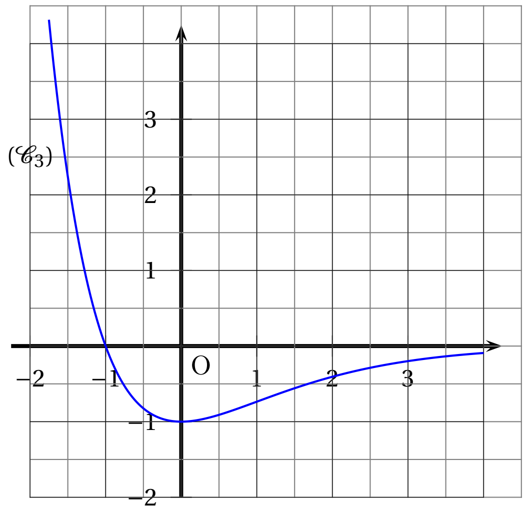
a. le coefficient directeur de la tangente (T).

b. celle des trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ et $(\mathscr{C}_3)$ données en annexe qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f.

Annexe de l'exercice 1







Exercice 2 **5 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

On réalise une expérience aléatoire. A désigne un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire.
On pose $p(A) = x$.

1. Exprimer $p\left(\overline{A}\right)$ en fonction de x.

2. Déterminer les valeurs possibles de x sachant que : $p(A) \times p\left(\overline{A}\right) = 0,24$.

Partie B

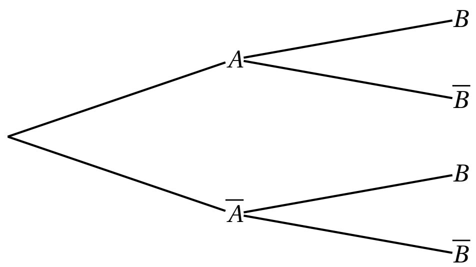
La « Revue Spéciale d'économie » et le « Guide des Placements en Bourse » sont deux magazines mensuels offrant à leurs lecteurs la possibilité d'abonnement communs.
On s'intéresse à l'ensemble des lecteurs de l'une ou l'autre de ces deux revues.
Parmi ces lecteurs, certains sont abonnés. Les abonnés ont souscrit soit l'un des deux abonnements, soit les deux abonnements simultanément.
Une étude a permis de constater que :

- 60 % de l'ensemble des lecteurs ont souscrit un abonnement à la Revue Spéciale d'économie », et parmi eux $\dfrac{3}{5}$ ont aussi choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse » ;
- 10 % des lecteurs n'ayant pas choisi l'abonnement à la « Revue Spéciale d'économie », ont souscrit l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

On note :
A l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'économie" » ;
B l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement au "Guide des Placements en Bourse" ».

On interroge un lecteur au hasard.

1. Déduire de l'énoncé les probabi1ités $p(A)$, $p\left(\overline{A}\right)$ et $p_{\overline{A}}(B)$.
Reproduire et compléter l'arbre suivant :



2. **a.** Traduire par une phrase l'évènement $A \cap B$. Donner sa probabilité.
b. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap \overline{B}$. Donner sa probabilité.

3. Calculer $p(B)$. En déduire la probabilité qu'un lecteur soit abonné à la « Revue Spéciale d'économie » sachant qu'il est abonné au « Guide des Placements en Bourse ».

4. On interroge au hasard 3 lecteurs indépendamment les uns des autres. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un d'eux ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.
Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

Prix en euros : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal d'unités 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer l'équation $y = ax+b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients a et b seront arrondis à l'unité.

b. Tracer la droite (D) dans le plan (P).

c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.

3. **a.** En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette $R(x)$, exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire x d'un objet, exprimé en euros, vérifie :

$$R(x) = -15x^2 + 189x.$$

b. étudier le sens de variation de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = -15x^2 + 189x.$$

c. Quel conseil peut-on donner à la société ? Argumenter la réponse.

Exercice 4 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par

$$f(x) = \left(x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. En remarquant que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-x^2 + 3x - 2\right)\mathrm{e}^{-x}$.

b. établir le tableau de variations de la fonction f sur l'ensemble des nombres réels.

3. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en son point d'abscisse 0.

4. On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées.
Tracer la droite (T) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$ dans le plan (P).

5. **a.** Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$ de l'équation $f(x) = 0,4$.

b. à l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5. a.