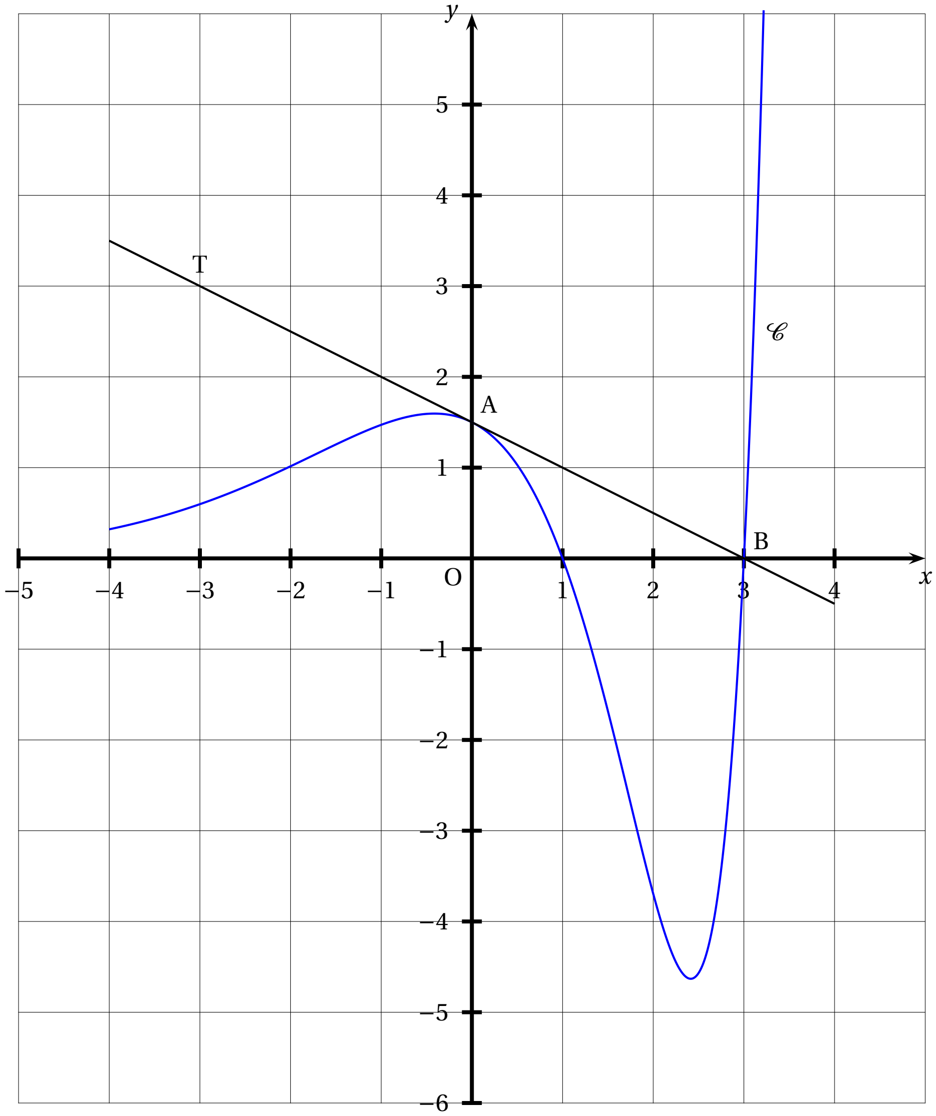
DS TES 2h

Exercice 1 **5 points**

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} = [-4 ; 4]$. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(0 ; 1,5) passe par le point B(3 ; 0). On note f' la fonction dérivée de f.



1. $f'(0)$ est égal à :

Réponse A : 1,5 | Réponse B : $-0,5$ | Réponse C : 0,5

2. $f'(x) \leqslant 0$ si x appartient à l'intervalle :

Réponse A : $[-4 ; -1]$ | Réponse B : $[1 ; 3]$ | Réponse C : $[0 ; 1]$

3. L'équation $\ln[f(x)] = 0$ a exactement :

Réponse A : 1 solution | Réponse B : 2 solutions | Réponse C : 3 solutions

4. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[-4 ; 1[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. La fonction g est croissante sur l'intervalle :

Réponse A : $[-3 ; -1]$ | Réponse B : $[-2 ; 1[$ | Réponse C : $[0 ; 1[$

EXERCICE 2 **7 points**

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les évènements suivants :

A La personne interrogée pratique l'aquagym ,
C La personne interrogée pratique la natation en compétition ,
L La personne interrogée pratique la natation en loisir ,
R La personne interrogée participe à la rencontre et $\overline{\text{R}}$ son évènenement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.
   b. Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.
3. On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-2} *près.*
4. Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

   On appelle S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S :

S_i	60	75	100	115
p_i		0,11		0,35

   b. Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce nombre.

EXERCICE 3 **8 points**

I. étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 0,5x + \text{e}^{-0,5x+0,4}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. étudier les variations de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II. Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0,1x - \text{e}^{-0,5x+0,4}$.
   a. Etudier les variations de R sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
   b. Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0~;~+\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
   c. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.